

TEOREMA

NEKA JE $f_n: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ NIZ DIFERENCIJABILNIH FUNKCIJA. AKO

1) NIZ $f_n(x)$ KONVERGIRA OBIČNO ZA NEKO $x_0 \in [a, b]$;

2) $f'_n(x)$ RAVNOMERNO KONVERGIRA NA $[a, b]$,

ONDA I $f_n \rightrightarrows f$ NA $[a, b]$, GDE JE f DIFERENCIJABILNA I VAŽI

$$f'(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x) \quad (\text{ili } (\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x))' = \lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x)).$$

DOKAZ PRVO ĆEMO DOKAZATI DA $f_n \rightrightarrows f$ NA $[a, b]$. NA OSNOVU KOŠIJEVOG KRITERIJUMA POTREBNO JE DOKAZATI DA ZA SVAKO $\epsilon > 0$ POSTOJI $N_0 \in \mathbb{N}$ TAKO DA ZA SVAKO $n, p \in \mathbb{N}$

$$(n \geq N_0 \Rightarrow |f_{n+p}(x) - f(x)| < \epsilon \text{ ZA SVAKO } x \in [a, b])$$

NEKA JE $\epsilon > 0$.

IZ USLOVA 1) NIZ $f_n(x_0)$ JE KOŠIJEV, PA POSTOJI $N_1 \in \mathbb{N}$ TAKO DA ZA SVAKO $n \geq N_1$ I $p \in \mathbb{N}$ VAŽI $|f_{n+p}(x_0) - f_n(x_0)| < \epsilon$

IZ USLOVA 2), NA OSNOVU KOŠIJEVOG KRITERIJUMA, SLEDI DA POSTOJI $N_2 \in \mathbb{N}$ TAKO DA ZA SVAKO $n \geq N_2$ I $p \in \mathbb{N}$ VAŽI $|f'_{n+p}(x) - f'_n(x)| < \epsilon$ ZA SVAKO $x \in [a, b]$.

NEKA JE $N_0 = \max\{N_1, N_2\}$. TADA ZA SVAKO $n \geq N_0$, $p \in \mathbb{N}$ I $x \in [a, b]$ VAŽI

$$|f_{n+p}(x) - f_n(x)| = |f_{n+p}(x) - f_{n+p}(x_0) + f_{n+p}(x_0) - f_n(x_0) + f_n(x_0) - f_n(x)|$$

$$= |(f_{n+p} - f_n)(x) - (f_{n+p} - f_n)(x_0) + (f_{n+p} - f_n)(x_0)|$$

$$\leq |(f_{n+p} - f_n)(x) - (f_{n+p} - f_n)(x_0)| + |f_{n+p}(x_0) - f_n(x_0)|$$

$$\stackrel{*)}{=} |(f_{n+p} - f_n)'(c_x)| \cdot |x - x_0| + |f_{n+p}(x_0) - f_n(x_0)|$$

$$< \epsilon \cdot |x - x_0| + \epsilon \leq \epsilon \cdot (b - a) + \epsilon = (1 + b - a) \epsilon = C \cdot \epsilon$$

$$C = 1 + b - a$$

DOKAZALI SMO DA $f_n \rightrightarrows f$ NA $[a, b]$.

*) ZA SVAKO $x \in [a, b]$ FUNKCIJA $f_{n+p} - f_n$ ZADOVOLJAVJA USLOVE LAGRANŽOVE TEOREME NA $[x_0, x]$, PA POSTOJI $c_x \in (x_0, x)$ TAKO DA JE

$$(f_{n+p} - f_n)(x) - (f_{n+p} - f_n)(x_0) = (f_{n+p} - f_n)'(c_x) \cdot (x - x_0).$$

DOKAZAĆEMO $f'(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x)$ ZA SVAKO $x \in [a, b]$, ODNOSNO

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h}, \text{ TO JEST}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h} = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h}.$$

Ovu jednakost ćemo dokazati primenjujući teoremu za niz funkcija $\varphi_n(h) = \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h}$ definisanih na $A = \{h \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \mid x+h \in [a, b]\}$. Tačka $h=0$ je tačka nagomilavanja skupa A i postoji $\lim_{h \rightarrow 0} \varphi_n(h) = f'_n(x)$.

Dokazaćemo da $\varphi_n(x)$ ravnomerno konvergira na A pomoću Košijevog kriterijuma. Neka je $\varepsilon > 0$ proizvoljno. Iz uslova 2) postoji $N_0 \in \mathbb{N}$ tako da za svako $n \geq N_0, p \in \mathbb{N}$ i $x \in [a, b]$ $|f'_{n+p}(x) - f'_n(x)| < \varepsilon$.

Za svako $n \geq N_0, p \in \mathbb{N}$ i $h \in A$ važi

$$\begin{aligned} \varphi_{n+p}(h) - \varphi_n(h) &= \frac{f_{n+p}(x+h) - f_{n+p}(x)}{h} - \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h} \\ &= \frac{(f_{n+p} - f_n)(x+h) - (f_{n+p} - f_n)(x)}{h} \stackrel{**}{=} \frac{(f_{n+p} - f_n)'(c_x)(x+h-x)}{h} \\ &= f'_{n+p}(c_x) - f'_n(c_x), \end{aligned}$$

pa je $|\varphi_{n+p}(h) - \varphi_n(h)| = |f'_{n+p}(c_x) - f'_n(c_x)| < \varepsilon$.

⊙ Funkcija $f_{n+p} - f_n$ zadovoljava uslove Lagranžove teoreme na $[x, x+h]$, pa postoji $c_x \in (x, x+h)$ tako da je

$$(f_{n+p} - f_n)(x+h) - (f_{n+p} - f_n)(x) = (f_{n+p} - f_n)'(c_x) \cdot (x+h-x)$$

Dokazali smo da niz $\varphi_n(h)$ ravnomerno konvergira na A i na osnovu teoreme (ispunjeni su svi uslovi) važi

$$\lim_{h \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h} = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f_n(x+h) - f_n(x)}{h},$$

odnosno $f'(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f'_n(x)$ za svako $x \in [a, b]$.

Posledica Neka je $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ funkcionalni red gde su f_n diferencijabilne na $[a, b]$, nem. Ako

- 1) red $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konvergira bar u jednoj tački $x_0 \in [a, b]$ i
- 2) red $\sum_{n=1}^{\infty} f'_n(x)$ ravnomerno konvergira na $[a, b]$,

ONDA $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ RAVNOMERNO KONVERGIRA NA $[a, b]$, NJEGOVA SUMA
JE DIFERENCIJABILNA NA $[a, b]$ I VAŽI:

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) \right)' = \sum_{n=1}^{\infty} f_n'(x) \quad \text{ZA SVAKO } x \in [a, b].$$

NAVELI SMO DOVOLJNE USLOVE DA IZVOD I SUMA MOGU ZAMENITI
MESTA, ODNOSNO DA SE MOŽE DIFERENCIJATI ČLAN PO ČLAN.

DOKAZ DOKAZ SLEDI NA OSNOVU PRETHODNE TEOREME KADA SE PRIMENI
NA NIŽ PARCIJALNIH SUMA.

STEPENI REDOVI

STEPENI REDOVI SU FUNKCIONALNI REDOVI KOJI KOJIH JE $Q_n(x) = Q_n(x-x_0)^n$,
GDE JE (Q_n) NIZ REALNIH BROJEVA I $x_0 \in \mathbb{R}$. DAKLE,

$$\sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x-x_0)^n \text{ JE STEPENI RED.}$$

POSMATRAJMO OBLAST KONVERGENCIJE STEPENOG REDA

$$D = \{x \in \mathbb{R} : \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x-x_0)^n \text{ KONVERGIRA}\}.$$

NEKA JE $R = \sup \{ |x-x_0| : x \in D \}$ RADIJUS KONVERGENCIJE STEPENOG REDA ($0 \leq R \leq +\infty$).

STAV STEPENI RED $\sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x-x_0)^n$ APSOLUTNO KONVERGIRA ZA SVAKO $x \in \mathbb{R}$ ZA KOJE JE $|x-x_0| < R$, A DIVERGIRA ZA SVAKO $x \in \mathbb{R}$ ZA KOJE JE $|x-x_0| > R$.

DOKAZ: NEKA JE $R = \sup \{ |x-x_0| : \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x-x_0)^n \text{ KONVERGIRA} \}$.

NEKA JE $|x-x_0| < R$. TADA POSTOJI $\bar{x}-x_0$ TAKO DA JE

$$|x-x_0| < |\bar{x}-x_0| \text{ I } \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(\bar{x}-x_0)^n \text{ KONVERGIRA.}$$

NIZ $Q_n(\bar{x}-x_0)$ KONVERGIRA KA 0, PA JE OGRANIČEN.

DAKLE $|Q_n(\bar{x}-x_0)| \leq M$ ZA SVAKO $n \in \mathbb{N}$ I

$$|Q_n(x-x_0)^n| \leq |Q_n| \cdot |x-x_0|^n = |Q_n| |\bar{x}-x_0|^n \left(\frac{|x-x_0|}{|\bar{x}-x_0|} \right)^n \leq M q^n$$

$$\text{GDE JE } q = \left| \frac{x-x_0}{\bar{x}-x_0} \right| < 1.$$

IZ KONVERGENCIJE REDA $\sum_{n=0}^{\infty} M q^n$, SLEDI I KONVERGENCIJA

REDA $\sum_{n=0}^{\infty} |Q_n(x-x_0)^n|$. ODAVDE STEPENI RED APSOLUTNO

KONVERGIRA ZA SVAKO $x \in \mathbb{R}$ ZA KOJE JE $|x-x_0| < R$.

AKO JE $|x-x_0| > R$, ONDA IZ DEFINICIJE RADIJUSA KONVERGENCIJE

SLEDI DA $\sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x-x_0)^n$ DIVERGIRA.

SPECIJALNI SLUČAJEVI SU $R=0$ I $R=+\infty$.

AKO JE $R=0$, Onda STEPENI RED APSOLUTNO KONVERGIRA U x_0 , A DIVERGIRA ZA SVAKO $x \neq 0$.

AKO JE $R=+\infty$, Onda STEPENI RED APSOLUTNO KONVERGIRA U SVAKOJ TAČKI.

U SLUČAJU KADA JE $R \in (0, +\infty)$ IMAMO DA STEPENI RED $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ APSOLUTNO KONVERGIRA NA $|x-x_0| < R$, ODNOSNO (x_0-R, x_0+R) DIVERGIRA NA $|x-x_0| > R$, ODNOSNO NA $(-\infty, x_0-R) \cup (x_0+R, +\infty)$ NE MOŽEMO NIŠTA REĆI O KONVERGENCIJI U TAČKAMA x_0-R I x_0+R .

TEOREMA (KOŠI-ADAMAROVA FORMULA)

RADIJUS KONVERGENCIJE STEPENOG REDA $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ JE JEDNAK

$$R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}},$$

PRI ČEMU JE $R=0$ AKO JE $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = +\infty$;

$R=+\infty$ AKO JE $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 0$

DOKAZ DOKAZAĆEMO DA FORMULA VAŽI ZA $x_0=0$, TO JEST ZA STEPENI RED $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. IZ DEFINICIJE R SLEDI DA JE OVO DOVOLJNO.

NEKA JE $\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} \in (0, +\infty)$. DOKAZAĆEMO $\frac{1}{\rho} = \sup \{ |x| : \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \text{ KONV.} \}$,

ODNOSNO ZA SVAKO $x \in \mathbb{R}$ ($|x| < \frac{1}{\rho} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ KONVERGIRA) ;

ZA SVAKO $x \in \mathbb{R}$ ($|x| > \frac{1}{\rho} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ DIVERGIRA).

NEKA JE $|x| < \frac{1}{\rho}$. DOKAZAĆEMO DA $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ KONVERGIRA NA OSNOVU KOŠIJEVOG KRITERIJUMA ($\sqrt[n]{|a_n x^n|} = |x| \sqrt[n]{|a_n|}$)

IZ $|x| < \frac{1}{\rho}$ POSTOJI $\varepsilon > 0$ TAKO DA JE $|x| < \frac{1}{\rho + \varepsilon}$, A ODAVDE

$$\sqrt[n]{|a_n x^n|} = |x| \cdot \sqrt[n]{|a_n|} \leq |x| \cdot (\rho + \varepsilon) < 1.$$

IZ KOŠIJEVOG KRITERIJUMA $\uparrow$ ZA $n \geq n_0$ $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ KONVERGIRA

NEKA JE $\rho = \lim \sqrt[n]{|a_n|} \in (0, +\infty)$.

DOKAZAĆEMO $\frac{1}{\rho} = R$: NA OSNOVU PRETHODNOG STAVA STEPENI RED $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ KONVERGIRA NA $(-R, R)$, A DIVERGIRA NA $(-\infty, -R) \cup (R, +\infty)$.

JEDNAKOST $\frac{1}{\rho} = R$ VAŽI AKO I SAMO AKO RED $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ KONVERGIRA NA $(-\frac{1}{\rho}, \frac{1}{\rho})$ A DIVERGIRA NA $(-\infty, -\frac{1}{\rho}) \cup (\frac{1}{\rho}, +\infty)$.

NEKA JE $x \in (-\frac{1}{\rho}, \frac{1}{\rho})$, TO JEST $|x| < \frac{1}{\rho}$. POSTOJI $\varepsilon > 0$ TAKO DA JE $|x| < \frac{1}{\rho + \varepsilon} < \frac{1}{\rho}$.

IZ ANALIZE 1 ZNAMO DA IZ $\lim b_n = b$ SLEDI DA ZA SVAKO $\varepsilon > 0$ POSTOJI $n_0 \in \mathbb{N}$ TAKO DA ZA SVAKO $n \geq n_0$ $b_n < b + \varepsilon$.

(TO JEST SIKORO SVI ČLANOVİ SU MANJI OD $b + \varepsilon$).

ODAVDE $\sqrt[n]{|a_n|} < \rho + \varepsilon$ ZA $n \geq n_0$.

VAŽI $\sqrt[n]{|a_n x^n|} = \sqrt[n]{|a_n|} \cdot |x| < (\rho + \varepsilon) \cdot x$ ZA SVAKO $n \geq n_0$,

PA JE $\lim \sqrt[n]{|a_n x^n|} \leq (\rho + \varepsilon) \cdot |x| < (\rho + \varepsilon) \cdot \frac{1}{\rho + \varepsilon} = 1$,

NA OSNOVU KOŠIJEVOG KRITERIJUMA $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n x^n|$ KONVERGIRA.

DOKAZALI SMO DA $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ KONVERGIRA NA $(-\frac{1}{\rho}, \frac{1}{\rho})$.

NEKA JE $x \in (-\infty, -\frac{1}{\rho}) \cup (\frac{1}{\rho}, +\infty)$, TO JEST $|x| > \frac{1}{\rho}$. POSTOJI $\varepsilon > 0$

TAKO DA JE $|x| > \frac{1}{\rho - \varepsilon} > \frac{1}{\rho}$.

IZ ANALIZE 1 ZNAMO DA IZ $\lim b_n = b$ SLEDI DA ZA SVAKO $\varepsilon > 0$ POSTOJI BESKONAČNO MNOGO ČLANOVA NIZA b_n TAKVIH DA JE $b_n > b - \varepsilon$.

ODAVDE $\sqrt[n]{|a_n|} > \rho - \varepsilon$ ZA BESKONAČNO MNOGO ČLANOVA.

VAŽI $\sqrt[n]{|a_n x^n|} = \sqrt[n]{|a_n|} \cdot |x| > (\rho - \varepsilon) \cdot |x|$ ZA BESKONAČNO MNOGO ČLANOVA,

PA JE $\lim \sqrt[n]{|a_n x^n|} \geq (\rho - \varepsilon) \cdot |x| > (\rho - \varepsilon) \cdot \frac{1}{\rho - \varepsilon} = 1$.

NA OSNOVU KOŠIJEVOG KRITERIJUMA $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n x^n|$ DIVERGIRA

DOKAZALI SMO $\frac{1}{\rho} = R$.

POSLEDICA

RADIJUS KONVERGENCIJE STEPENOG REDA $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ JE

$$R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}, \text{ ODNOSNO } R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| \text{ (AKO LIMESI POSTOJE).}$$

DOKAZ JEDNAKOSTI SLEDE IZ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|.$$

PRIMER

NAĆI OBLAST KONVERGENCIJE STEPENOG REDA $\sum_{n=1}^{\infty} (2+(-1)^n)^n x^n$.

IMAMO DA JE $a_n = (2+(-1)^n)^n$; $x_0 = 0$.

TADA JE $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} 2+(-1)^n = 3$ (NIŽ $2+(-1)^n$ IMA 2 TAČKE NAGOMILAVANJA 3 I 1)

DAKLE $R = \frac{1}{3}$. GRANIČNA VREDNOST $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ NE POSTOJI JER JE

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+(-1)^n)^n}{(2+(-1)^{n+1})^{n+1}}, \text{ PA ZA } b_{2k} = \frac{(2+(-1)^{2k})^{2k}}{(2+(-1)^{2k+1})^{2k+1}} = \frac{3^{2k}}{1} \rightarrow +\infty.$$

NISMO MOGLI IZRAČUNATI R NA OSNOVU DRUGE FORMULE.

STEPENI RED APSOLUTNO KONVERGIRA NA $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = (x_0 - R, x_0 + R)$,

A DIVERGIRA NA $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$.

ISPITAC'EMO KONVERGENCIJU ZA $x = -\frac{1}{3}$ I $x = \frac{1}{3}$.

ZA $x = \pm \frac{1}{3}$ IMAMO DA OPŠTI ČLAN NE TEŽI NULI

$$a_{2n} x^{2n} = (2+(-1)^{2n})^{2n} \cdot \left(\pm \frac{1}{3}\right)^{2n} = 3^{2n} \cdot \frac{1}{3^{2n}} = 1 \neq 0$$

NEKA JE FUNKCIJA f BESKONAČNO DIFERENCIJABILNA U OKOLINI TAČKE x_0 .

TEJLOROV RED FUNKCIJE f U OKOLINI TAČKE x_0 JE

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n$$

AKO JE $x_0 = 0$, ONDA JE TO MAKLORENOV RED.

FUNKCIJA f NE MORA BITI JEDNAKA TEJLOROVOM REDU,

ČAK TEJLOROV RED MOŽE DA DIVERGIRA U NEKIM TAČKAMA U KOJIMA JE DEFINISANA FUNKCIJA.

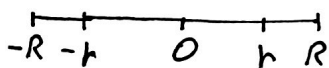
PRIMER FUNKCIJA $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ JE BESKONAČNO

DIFERENCIJABILNA I VAŽI $f^{(n)}(0) = 0$ ZA SVAKO $n \in \mathbb{N}$,
ODAKLE JE TEJLOROV RED U OKOLINI TAČKE $x_0 = 0$
IDENTIČKI JEDNAK NULI I RAZLIKUJE SE OD FUNKCIJE f .

ZA FUNKCIJU KOJA JE JEDNAKA TEJLOROVOM REDU U OKOLINI
TAČKE x_0 KAŽEMO DA JE ANALITIČKA U TOJ OKOLINI.

STAV NEKA STEPENI RED $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ IMA RADIJUS KONVERGENCIJE $R > 0$.

TADA STEPENI RED RAVNOMERNO KONVERGIRA NA $[-h, h]$ ZA SVAKO
 $h \in (0, R)$.



DOKAZ RED APSOLUTNO KONVERGIRA NA $(-R, R)$, PA KONVERGIRA APSO-

LUTNO U $x = h$, ODAKLE IZ $|a_n x^n| \leq |a_n| \cdot h^n$ I WAJERSTRASOVOG
KRITERIJUMA $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ RAVNOMERNO KONVERGIRA NA $[-h, h]$.

POSLEDICA FUNKCIJA $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (ZA $R > 0$) JE NEPREKIDNA
NA $(-R, R)$.

POSLEDICA AKO SU FUNKCIJE $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ I $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$
JEDNAKE U OKOLINI TAČKE $x_0 = 0$, ONDA JE $a_n = b_n$ ZA SVAKO $n \geq 0$.

DOKAZALI SMO DA STEPENI RED RAVNOMERNO KONVERGIRA NA SEGMENTU
 $[-h, h]$, $h < R$, PRI ČEMU NE MORÁ DA RAVNOMERNO KONVERGIRA
NA $(-R, R)$ (PRIMER: STEPENI RED $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ NE KONVERGIRA
RAVNOMERNO NA $(-1, 1)$). SLEDEĆA TEOREMA NAM KAŽE DA
U SLUČAJU DA RED OBICHNO KONVERGIRA (NE MORA APSOLUTNO),
U KRAJNJOJ TAČKI ONDA VAŽI RAVNOMERNA KONVERGENCIJA DO
KRAJNJE TAČKE.