Писмени испит из Дискретних структура 2, студијски програми AI и I, 16.9.2019.

1.

а) (2.5 поена) На колико начина Паја, Раја и Гаја могу поделити 10 јабука, тако да Паја добије бар 2, Раја бар 3, а Гаја највише 5?

б) (2.5 поена) Одредити члан који не садржи x у развоју бинома $\left(\sqrt[4]{a^2x}+\sqrt[5]{\frac{1}{ax^2}}\right)^{13}$, $a \in \mathbb{R}$.

в) (2.5 поена) Доказати идентитет: $\binom{2n}{n-1} = \binom{n}{0}\binom{n}{n-1} + \binom{n}{1}\binom{n}{n-2} + \binom{n}{2}\binom{n}{n-3} + \ldots + \binom{n}{n-1}\binom{n}{0}, \quad n \in \mathbb{N}$.

2. (5 поена) Решити рекурентну једначину: $2a_n - 9a_{n-1} + 12a_{n-2} - 4a_{n-3} = 6n2^n, \quad a_0 = 1, a_1 = 22, a_2 = \frac{128}{3}$.

3.(7.5 поена) Дајкстриним алгоритмом одредити дужину најкраћег пута од чвора A до свих осталих чворова и наћи најкраћи пут од чвора A до чвора D у графу датом матрицом инциденције:

A	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	-1	1	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	1	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1
E	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	1
F	0	0	-1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0
H	0	-1	0	0	-1	-1	0	0	0	1	0	1	0	0
тежине	2	4	3	2	7	6	5	12	8	4	6	9	8	5

4.

а) (2.5 поена) Колико има простих графова са $n, n > 5$ чворова и 10 грана?

б) (2.5 поена) Нацртати све просте неизоморфне графове са 7 чворова који садрже тачно три циклуса (као подграфове), сваки дужине 3. Да ли неки од њих садржи Ојлеров пут?

в) (2.5 поена) Ако је сваки чвор простог графа степена бар 10, доказати да тај граф садржи циклус дужине 11.