SEPTEMBAR 2, 16.9.2019

(1) a) $x_1 + x_2 + x_3 = 10$, $x_1 \geq 2$,

$x_2 \geq 3$

SMENA $x_1 - 2 = x_1'$, $x_3 \leq 5$

$x_2 - 3 = x_2'$

$x_1' + x_2' + x_3 = \underline{5}$, $x_1' \geq 0$, $x_2' \geq 0$, $\underline{x_3 \leq 5}$

MOŽE SE IZOSTAVITI (SVAKAKO VAŽI)

$x_1' + x_2' + x_3 = 5$, $x_1' \geq 0$, $x_2' \geq 0$, $x_3 \geq 0$

Rešenje: $\binom{5+3-1}{5} = \binom{7}{5} = 21$.

b) $\left(\sqrt[4]{a^2x} + \sqrt[5]{\frac{1}{ax^2}}\right)^{13} = \left((a^2x)^{\frac{1}{4}} + (ax^2)^{-\frac{1}{5}}\right)^{13} =$

$= \sum_{k=0}^{13} \binom{13}{k} (a^2x)^{\frac{1}{4}k} \cdot (ax^2)^{-\frac{1}{5}(13-k)}$

$\frac{1}{4}k - \frac{2}{5}(13-k) = 0 \quad / \cdot 20$

$5k - 104 + 8k = 0$

$13k = 104$

$\boxed{k=8}$ ZA $k=8$: $\binom{13}{8} a^4 \cdot a^{-1} \binom{13}{8} a^3$

c) SLIČNO KAO ZADATKU NA VEŽBAMA, KORISTIMO JEDNAKOST

$(1+x)^{2n} = (1+x)^{n-1} \cdot (1+x)^{n+1}$ ← I NAČIN

II NAČIN: Pp. DA POSTOJI SKUP OD 2n OSOBA, PRI ČEMU SU n ŽENSKOG I n MUŠKOG POLA. KADA BI SE TRAŽILO NA KOLIKO NAČINA MOŽEMO FORMIRATI SKUP OD n-1

RAZLIČITIH OSOBA, PA BROJ JE $\binom{2n}{n-1}$, MEĐUTIM, TO JE MOGLO DA SE DOBIJE RAZMATRAJUĆI POSEBNO SKUPOVE M i Ž (MUŠKE, ODNOSNO ŽENSKE OSOBE).

MOŽEMO BIRATI $n-1$ ŽENSKIH I NIJEDNU MUŠKU, $n-2$ ŽENSKIH I 1 MUŠKU OSOBU, ..., $n-1$ MUŠKIH I NIJEDNU ŽENSKU OSOBU. ONDA JEDNAKOST.

$$\binom{2n}{n-1} = \binom{n}{0}\binom{n}{n-1} + \binom{n}{1}\binom{n}{n-2} + \dots + \binom{n}{n-1}\cdot\binom{n}{0}.$$

2 $(*)$ $2a_n - 9a_{n-1} + 12a_{n-2} - 4a_{n-3} = 6n2^n$, $a_0 = 1, a_1 = 22, a_2 = \frac{128}{3}$

HOMOGENA: $2a_n - 9a_{n-1} + 12a_{n-2} - 4a_{n-3} = 0$

$$2t^3 - 9t^2 + 12t - 4 = 0$$

$t=2$ JEDNO REŠENJE

$$(2t^3 - 9t^2 + 12t - 4) : (t-2) = 2t^2 - 5t + 2 \quad 2, \ \tfrac{1}{2}$$

$$a_H = C_1\left(\frac{1}{2}\right)^n + C_2 \cdot 2^n + C_3\, n \cdot 2^n$$

---

$f(n) = 6n\, 2^n$ $\quad P_1$ $\qquad t=2$ DVOSTRUKO REŠENJE KARAKT. JE $\Rightarrow s=2$

$$a_p = n^2 \cdot 2^n (An+B) \rightsquigarrow (*)$$

$$2n^2 2^n (An+B) - 9(n-1)^2 2^{n-1}(An-A+B) + 12(n-2)^2 2^{n-2}(An-2A+B) -$$
$$- 4\cdot(n-3)^2 2^{n-3}(An-3A+B) = 6n\, 2^n \quad / : 2^{n-1}$$

$$4n^2(An+B) - 9(n-1)^2(An-A+B) + 6(n-2)^2(An-2A+B) -$$
$$-(n-3)^2(An-3A+B) = 12n \quad , \forall n \geq 3$$

u2 $n^0$: $9(A-B)+24(B-2A)+9(3A-B)=0$

u2 $n^1$: $-9A+18\cdot(B-A)+24A-24(B-2A)$

$$-9A+6(B-3A)=12$$

$$-12A+6B=0$$

$$36A=12 \Rightarrow A=\frac{1}{3},\ B=\frac{2}{3}$$

$$a_n = c_1\left(\frac{1}{2}\right)^n + c_2\cdot 2^n + c_3 n\, 2^n + n^2 2^n\left(\frac{1}{3}n+\frac{2}{3}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= 1 = c_1 + c_2 \\ a_1 &= 22 = \frac{c_1}{2} + 2c_2 + 2c_3 + 2 \\ a_2 &= \frac{128}{3} = \frac{c_1}{4} + 4c_2 + 8c_3 + \frac{64}{3} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} c_1 &= \dots \\ c_2 &= \dots \\ c_3 &= \dots \end{aligned}$$

3

| | A | B | F | D | E | C | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ~~1~~ | $0^\alpha$ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| A: | $\boxed{0}$ | 2* | 3 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 |
| B: | $\boxed{0}$ | $\boxed{2}$ | 3* | ∞ | ∞ | 12 | ∞ | 6 |
| F: | $\boxed{0}$ | $\boxed{2}$ | $\boxed{3}$ | 11 | 11 | 12 | 8 | 6* |
| H: | $\boxed{0}$ | $\boxed{2}$ | $\boxed{3}$ | 11 | 10* | 12 | 8* | $\boxed{6}$ |
| G: | $\boxed{0}$ | $\boxed{2}$ | $\boxed{3}$ | 11* | $\boxed{10}$ | 12 | $\boxed{8}$ | $\boxed{6}$ |
| D: | $\boxed{0}$ | $\boxed{2}$ | $\boxed{3}$ | $\boxed{11}$ | $\boxed{10}$ | $\boxed{12}$* | $\boxed{8}$ | $\boxed{6}$ |

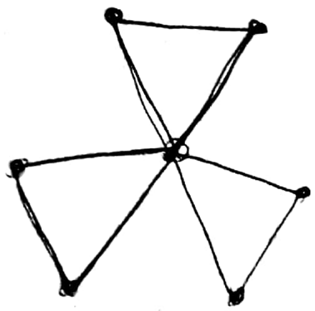
A → F → D

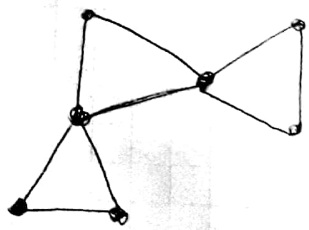
(4) a) $n \geq 5$ ČVOROVA I 10 GRANA ?

MAKSIMALAN BROJ GRANA : $\binom{n}{2}$

REŠENJE : $\binom{\binom{n}{2}}{10}$

b)





NIJEDAN OD NAVEDENIH NE SADRŽE O. PU

c) DOKAZ ANALOGNO KAO DOKAZ (4) c) U ROKU SEPTEMBAR 1