SEPTEMBARSKI ROK, 28.8.2019.

① a)

$$\frac{x-3}{x^2-3x+2} = \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} \quad / (x-1)(x-2)$$

$$x-3 = A(x-2) + B(x-1)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{uz } x^1: \quad 1 = A+B \\ &\text{uz } x^0: \quad -3 = -2A-B \end{aligned}\right\} \begin{aligned} A &= 2 \\ B &= -1 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{x-1} + \frac{-1}{x-2} = -2\cdot\frac{1}{1-x} + \frac{1}{2-x} = -2\frac{1}{1-x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{x}{2}\right)}$$

$$= -2\sum_{n=0}^{\infty} x^n + \frac{1}{2}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x}{2}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\underbrace{\left(-2+\frac{1}{2^{n+1}}\right)}x^n$$

$n=50 \implies$ REŠENJE $-2+\frac{1}{2^{51}}$

b) OD SKUPA SVIH MOGUĆIH ODABIRA TROJICE VITEZOVA, ODUZEĆEMO SITUACIJE GDE SU SVA TROJICA JEDAN DO DRUGOG I SITUACIJE GDE SU TAČNO DVOJICA JEDAN DO DRUGOG, A TREĆI NE SEDI PORED NJIH.

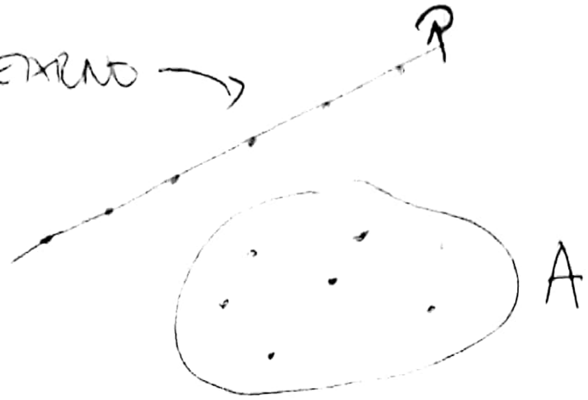
BROJ SUSEDNIH PAROVA.

REŠENJE: $\binom{25}{3} - 23 - 24\cdot 21$

TROJICU SMATRAMO KAO „JEDNU OSOBU"

TREĆEG SMEŠTAMO NA BILO KOJE MESTO OSIM MESTA GDE JE „PAR", LEVO I DESNO OD „PARA"

c) 13, 6 KOLINEARNO →



PRAVE FORMIRAMO UZIMAJUĆI: 1° TAČKU SA PRAVE p I TAČKU IZ PREOSTALOG SKUPA TAČAKA A; 2° UZIMAJUĆI OBE TAČKE IZ SKUPA A.

REŠENJE: $\binom{6}{1}\binom{7}{1}+\binom{7}{2}+\underbrace{1}_{\text{PRAVA } p}$

② $f_n = 2f_{n-1} - f_{n-2} - 6$, $f_1=0$, $f_2=0$

HOMOGENA: $f_n - 2f_{n-1} + f_{n-2} = 0$

$t^2 - 2t + 1 = 0$

$t_{1,2} = 1$ $\boxed{\text{ORHRJ}: a_H = C_1 + C_2 \cdot n}$

NEHOMOGENA: $f_n - 2f_{n-1} + f_{n-2} = -6$ (*) $= P_0$ POLINOM ST. 0

$t=1$ REŠENJE KARAKT. J-NE? DA, $\boxed{S=2}$

$f_p = n^2 \cdot A$ ⇝ (*):

$n^2 \cdot A - 2(n-1)^2 A + (n-2)^2 \cdot A = -6$, $\forall n \geq 2$

NPR, ZA $n=2$: $4A - 2A = -6 \Rightarrow \boxed{A = -3}$

$f_p = -3n^2$

OPŠTE REŠENJE NEHOMOGENE: $f_n = C_1 + C_2 n - 3n^2$

$$f_1 = 0 \overset{n=1}{=} c_1 + c_2 - 3$$
$$f_2 = 0 \overset{n=2}{=} c_1 + 2c_2 - 27$$
$$\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} \quad c_1 = -21, \quad c_2 = 24$$

$$\boxed{f_n = -21 + 24n - 3n^2}$$

3) a)

K1: T = AB

K2: T = {AB, BC}

K3: T = T + GI

K4: T = T + FE

K5: T = T + AH

K6: T = T + IF

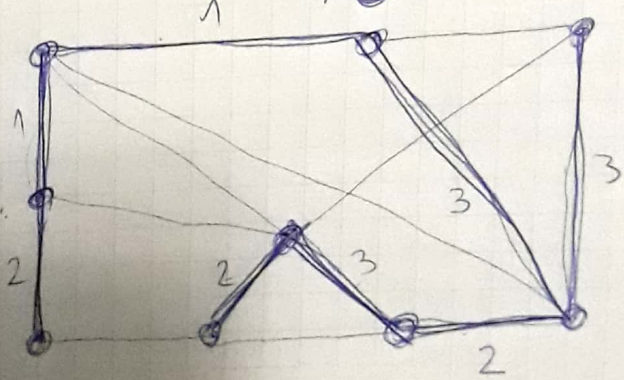
K7: T = T + CE

~~K...~~

K8: T = T + DE (~~...~~)

Rešenje:

H:

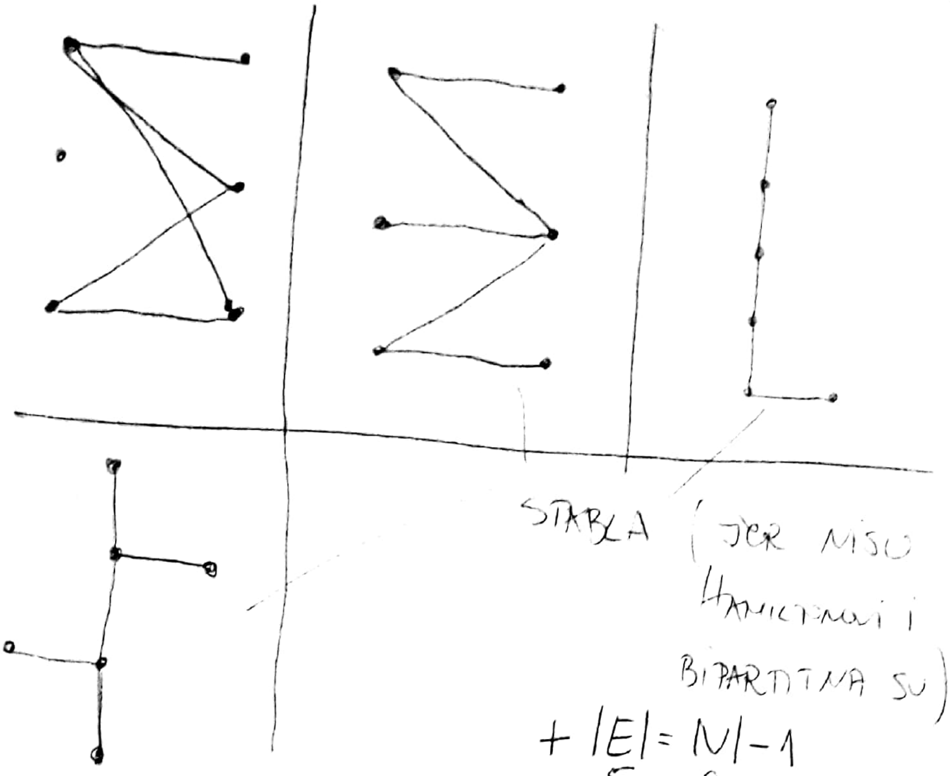


$$\boxed{\omega(H) = 17}$$

b) Traže se tačno DVE deonice (greška u zadatku): CD, AI (na primer)

4 a)

NEPOVEZAN



b) G JE PROST (INAČE MOŽE BITI NEPOVEZAN)

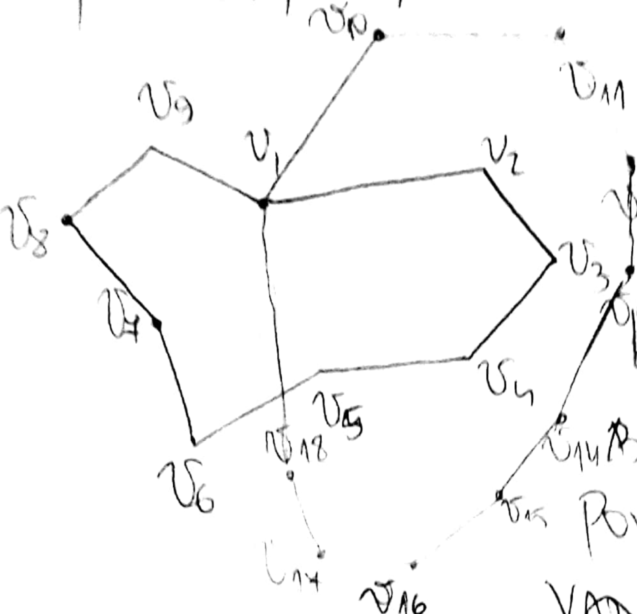
PRETP SUPROTNO, TJ. NEKA JE GRAF NEPOVEZAN. TO ZNAČI DA SADRŽI (BAR) DVE KOMPONENTE POVEZANOSTI.

KAKO JE $d(v) \geq \frac{n-1}{2}$ ZA $n=2k$ (ILI $n=2k+1$) $\Rightarrow d(v) \geq k$.

TO ZNAČI DA U NAŠIM KOMPONENTAMA POVEZANOSTI MORAMO IMATI BAR K+1 ČVOROVA (USLED TOGA ŠTO JE G PROST I PP. DA JE NEPOVEZAN). UZIMAJUĆI SLUČAJ RAZDVAJANJA NA TAČNO 2 KOMPONENTE (TADA JE U KOMP NAJVEĆI BAR ČVOROVA), IMAMO DA JE:

$$2k+1 \geq |V| \geq \underbrace{k+1} + \underbrace{k+1} = 2k+2 \;\; ↯$$

c) PPS, ODNOSNO DA NE POSTOJI CIKLUS DUŽINE 10 (≤ 9). NEKA JE $v_1 v_2 \ldots v_9$ MAKSIMALAN CIKLUS. ČVOR v_1 (NA PRIMER) MORA BITI POVEZAN SA BAR JOŠ JEDNIM ČVOROM van skupa $v_i, i=\overline{1,8}$. Neka je to čvor v_{10}



Čvor v_{10} ne sme biti povezan sa v_2 ili v_9 (biće duži ciklus) kako je $d(v_{10}) \geq 9$, onda v_{10} mora biti povezan sa nekim čvorom van skupa $v_i, i=\overline{1,9}$.

Neka je to v_{11}. On ne sme biti povezan, iz istog razloga kao v_{10}, sa v_2, v_9, v_3, v_8, tako da postoji ~~[illegible]~~ čvor van skupa $v_i, i=\overline{1,10}$, povezan sa v_{11}. Neka je to v_{12}. On ne sme biti povezan sa čvorovima $v_2, v_9, v_3, v_8, v_5, v_7$, pa iz istog razloga kao za v_{10} i v_{11}, postoji čvor v_{13} koji ~~je~~ je povezan sa v_{12}. Slično, postojaće i čvor $v_{14}, v_{15}, v_{16}, v_{17}, v_{18}$. v_{18} može da se poveže sa $\underbrace{v_{10}, v_{11}, \ldots, v_{17}}_{8}$, međutim ako se poveže sa v_1 dobiće se ciklus duži od najvećeg ↯