JUN 1, 8.6. 2019.

GRUPA 1

(1) a) BIRAMO PRVO k MESTA (KOLONA) ZA TOPOVE ($\binom{n}{k}$), m je CRNE, k-m BELE BOJE

Rešenje: $\binom{n}{k} \cdot \underbrace{n(n-1)\cdots(n-k+1)}_{\text{BR NAČINA DA SMESTIMO TOPOVE}} \cdot \frac{k!}{m!(k-m)!} = \binom{k}{m}$ ← PERMUTACIJA SA PON.

b) Rešenje: $\binom{n}{2} \cdot (n-2) \cdot (n-3)$

$\binom{n}{2}$ ← ODABEREMO TA DVA ZAJEDN. ČLANA

$(n-2)$ → PREOSTALI ČLAN JEDNOG SKUPA

$(n-3)$ → PREOSTALI ČLAN DRUGOG SKUPA

c) .... „4 KUGLICE = 4 PREDMETA"

$\overline{X1}$ $\overline{X2}$ $\overline{X3}$ $\overline{X4}$ $\overline{X5}$ $\overline{X6}$

„KUTIJE"

$$X1+X2+X3+X4+X5+X6=4, \quad Xi \leq 3$$

(PO 3 KUGLICE POSTOJE)

KAKO JE ZA PRIMENU F-LE O BR. REŠENJA JEDNAČINE NEOPHODNO DA $Xi \leq 4$ (DA BISMO POKRILI SVE SLUČAJEVE), DODAĆEMO SLUČAJEVE $Xi=4$, PRIMENITI F-LU I ZATIM ODUZETI REŠENJA ZA NEKO $Xi=4$

Rešenje: $\binom{4+6-1}{4} - |\{(4,0,0,0,0,0), (0,4,0,0,0,0), \ldots, (0,0,0,0,0,4)\}|$

$= \binom{9}{4} - 6$

Scanned with CamScanner

(2) $8a_{n+2} - 6a_{n+1} + a_n = n \Big/ \cdot x^n, \sum_{n=0}^{\infty}$ $\quad a_0 = 0, \; a_1 = -\frac{1}{2}$.

$$8\sum_{n=0}^{\infty} a_{n+2}x^n - 6\sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1}x^n + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} n x^n$$

Neka je $A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ $\qquad \overset{||}{x\left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n\right)'}$

$$8\cdot\frac{A(x) - a_0 - a_1 x}{x^2} - 6\cdot\frac{A(x) - a_0}{x} + A(x) = \frac{x}{(1-x)^2} \Big/ \cdot x^2$$

$$8\left(A(x) + \frac{1}{2}x\right) - 6xA(x) + x^2A(x) = \frac{x^3}{(1-x)^2}$$

$$A(x)\cdot\left(x^2 - 6x + 8\right) = \frac{x^3 - 4x(1-x)^2}{(1-x)^2} = \frac{-3x^3 + 8x^2 - 4x}{(1-x)^2}$$

$$A(x) = \frac{-3x^3 + 8x^2 - 4x}{(1-x)^2(x-2)(x-4)} \quad \text{FG niza } a_n$$

$$A(x) = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{(1-x)^2} + \frac{C}{x-2} + \frac{D}{x-4}$$

$$-3x^3 + 8x^2 - 4x = A(1-x)(x^2 - 6x + 8) + B(x^2 - 6x + 8) + C(1-x)^2(x-4) + D(1-x)^2(x-2), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Spec za $x = 1$: $\quad 1 = 3B \Rightarrow \boxed{B = \frac{1}{3}}$

za $x = 2$: $\quad 0 = -2C \Rightarrow \boxed{C = 0}$

za $x = 4$: $\quad -80 = 18D \Rightarrow \boxed{D = -\frac{40}{9}}$

za $x = 0$:

$$0 = 8A + \frac{8}{3} + \frac{80}{9} \Rightarrow \boxed{A = \frac{104}{72} = \frac{13}{9}}$$

$$A(x) = \frac{13}{9}\sum_{n=0}^{\infty} x^n + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x}\sum_{n=0}^{\infty} n x^n + \frac{40}{9}\cdot\frac{1}{4-x}$$

$$\sum_{0}^{\infty} (a_n) x^n$$

$$= \frac{13}{9}\sum_{n=0}^{\infty} x^n + \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)\cdot x^n + \frac{10}{9}\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{x}{4}\right)}$$

$$= \frac{13}{9}\sum_{0}^{\infty} x^n + \frac{1}{3}\sum_{0}^{\infty}(n+1)x^n + \frac{10}{9}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{4^n}$$

$$\boxed{a_n = \frac{13}{9} + \frac{1}{3}(n+1) + \frac{10}{9}\cdot\frac{1}{4^n}}$$

③ ZADATAK JE NAĆI MRS

KRUSKAL: (NACRTATI GRAF!)

NAPOMENA:
$d(R_1, R_2) = 11$
TREBA PRECRTATI!

1° $T = R_1R_2$ (10)

2° $T = T + R_2R_3$ (10)

3° $T = T + R_4R_8$ (11)

4° $T = T + R_6R_8$ (11)

5° $T = T + R_7R_8$ (11)

6° $T = T + R_3R_4$ (12)

7° $T = T + R_4R_5$ (12)

STOP!

$\boxed{W(T) = 77}$

④ a) $|E| = \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$.

PPS, $\exists v$ TD $d(v) \leq 1$. Neka je $V' = V / \{v\}$

Ako je $d(v) = 0 \Rightarrow G' = (V', E)$

$d(v) = 1 \Rightarrow G' = (V', E / e)$

GRAF G' IMA n-1 ČVOROVA I BAR $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1$ GRANA.

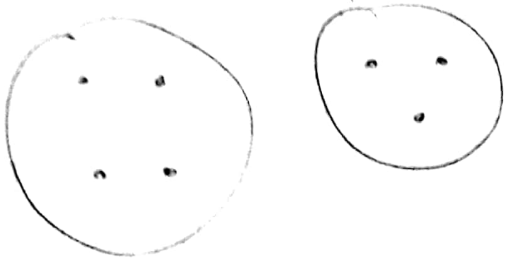
ODNOSNO BAR $\binom{n-1}{2} + 1$ GRANA ↯ VIŠE OD KOMPL GRAFA K.

b) Stabla koja sadrže tačno 2 lista sadrže O. put. Isto važi i za Ham. put.

c) $|V|=7$, $|E|=12$

Povezan? Pps. da nije
2 komp povez.

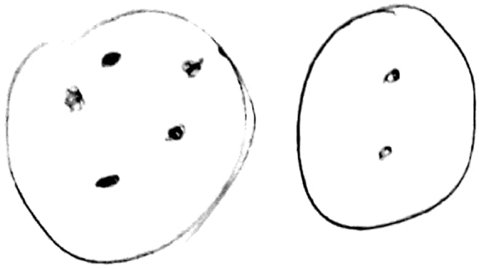
I



maks br. grana?

$\binom{4}{2}+\binom{3}{2}=9$

II



maks br. grana

$\binom{5}{2}+1=11$

$\Rightarrow$ G povezan

više komp. povez. $\Rightarrow$ manje grana

2-obojiv $\Leftrightarrow$ bipartitan

Može.

Zapravo to je graf $K_{3,4}$