

1.

а) (2.5 п) На шаховску таблу димензије $n \times n$ је потребно сместити тачно k топова, $k \leq n$, међу којима су тачно m од њих црне, а остали беле боје. На колико начина је то могуће урадити тако да никоја два топа не буду у међусобној позицији за напад?

б) (2.5 п) На колико начина се од n чворова графа могу одабрати два трочлана скупа чворова тако да та два скупа имају тачно два заједничка члана?

в) (2.5 п) У кутији се налази 18 куглица нумерисаних бројевима од 1 до 6, где су по три куглице исто нумерисане. На колико начина се могу извући 4 куглице одједном?

2. (7.5 п) Користећи функције генератрисе решити рекурентну једначину:

$$8a_{n+2} - 6a_{n+1} + a_n = n, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = -\frac{1}{2}.$$

3. (7.5 п) Патуљци раде у 8 рудника и договорили су се да направе стазе између неких рудника тако да могу доћи из сваког рудника до сваког другог рудника, идући стазама. Која је минимална дужина стазе којом ће сви рудници да буду повезани, ако су растојања између рудника следећа:

$$d(R1, R2) = 10, d(R1, R3) = 11, d(R1, R4) = 13, d(R2, R3) = 10, d(R2, R4) = 12, d(R2, R5) = 15, \\ d(R3, R4) = 12, d(R3, R6) = 15, d(R4, R7) = 14, d(R4, R8) = 11, d(R5, R6) = 12, d(R6, R7) = 13, \\ d(R6, R8) = 11, d(R7, R8) = 11.$$

4.

а) (2.5 п) Нека је G прост граф са n чворова који садржи тачно $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$ гране. Доказати да је сваки чвор графа G степена бар 2.

б) (2.5 п) Која стабла садрже Ојлеров, а која Хамилтонов пут?

в) (2.5 п) Да ли је сваки прост граф са 7 чворова и 12 грана повезан? Да ли се може нацртати граф са 7 чворова и 12 грана тако да буде 2-обојив?

Образложити одговоре.

1. а) (2.5 п) На шаховску таблу димензије $m \times m$ је потребно сместити тачно n топова, $n \leq m$, међу којима су тачно k од њих беле, а остали црне боје. На колико начина је то могуће урадити тако да никоја два топа не буду у међусобној позицији за напад?

б) (2.5 п) На колико начина се од n чворова графа могу одабрати два четворочлана скупа чворова тако да та два скупа имају тачно три заједничка члана?

в) (2.5 п) У кутији се налази 21 куглица нумерисаних бројевима од 1 до 7, где су по три куглице исто нумерисане. На колико начина се могу извући 4 куглице одједном?

2. (7.5 п) Користећи функције генератрисе решити рекурентну једначину:

$$6a_{n+2} - 5a_{n+1} + a_n = n, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = -\frac{4}{6}.$$

3. (7.5 п) Патуљци раде у 8 рудника и договорили су се да направе стазе између неких рудника тако да могу доћи из сваког рудника до сваког другог рудника, идући стазама. Која је минимална дужина стазе којом ће сви рудници да буду повезани, ако су растојања између рудника следећа:

$$d(R1, R2) = 9, d(R1, R3) = 11, d(R1, R4) = 13, d(R2, R3) = 10, d(R2, R4) = 12, d(R2, R5) = 15, \\ d(R3, R4) = 12, d(R3, R6) = 13, d(R4, R7) = 14, d(R4, R8) = 12, d(R5, R6) = 12, d(R6, R7) = 15, \\ d(R6, R8) = 11, d(R7, R8) = 13.$$

4.

а) (2.5 п) Нека је G прост граф са n чворова који садржи тачно $\frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$ гране. Доказати да је сваки чвор графа G степена бар 2.

б) (2.5 п) Која стабла садрже Ојлеров, а која Хамилтонов пут?

в) (2.5 п) Да ли је сваки прост граф са 8 чворова и 17 грана повезан? Да ли се може нацртати граф са 8 чворова и 17 грана тако да буде 2-обојив?

Образложити одговоре.