

ЛИНЕАРНА АЛГЕБРА И

АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА, 2015/16

ИСПИТНА ПИТАЊА

1. ¹	Скупови. Релације. Функције. Бројеви (природни, цели, рационални, реални и комплексни).
2. ¹	Вектори у $\mathbb{R}^3$. Сабирање вектора и множење вектора скаларом. Линеарна комбинација вектора у $\mathbb{R}^3$. Линеарна зависност и независност. База векторског простора $\mathbb{R}^3$. Координате вектора.
3. ¹	Скаларни производ на $\mathbb{R}^3$. Норма и угао. Пројекције. Основна својства скаларног производа.
4. ²	Грам-Шмитова ортогонализација. Коши – Шварцова неједнакост и геометрија.
5. ¹	Оријентација базе у $\mathbb{R}^n$ ($n=1,2,3$). Векторски и мешовити производ вектора: дефиниција и основна својства. Векторски и мешовити производ вектора у координатама.
6. ²	Геометријска интерпретација мешовитог производа. Неасоцијативност векторског производа.
7. ¹	Права у равни. Једначине. Узајамни положај правих у равни. Растојање тачке од праве.
8. ¹	Раван у простору. Једначине. Узајамни положај равни у простору. Растојање тачке од равни. Угао између равни у простору.
9. ¹	Права у простору. Једначине. Узајамни положај правих у простору. Узајамни положај праве и равни у простору. Растојање тачке од праве у простору. Угао између две праве у простору. Угао између праве и равни у простору.
10. ²	Мимоилазне праве. Заједничка нормала. Растојање између мимоилазних правих.
11. ¹	Дефиниција векторског простора. Примери векторских простора. Векторски простори $\mathbb{R}^n$ и $\mathbb{C}^n$.
12. ¹	Матрице. Структура векторског простора $M_{mn}(\mathbb{F})$. Множење матрица. Транспонување матрица и његова основна својства.
13. ²	Структура алгебре $M_n(\mathbb{F})$. Општа линеарна група $GL(n, \mathbb{F})$. Симетричне и антисиметричне матрице. Ортогонална група $O(n, \mathbb{R})$.
14. ¹	Линеарна зависност и независност вектора. База векторског простора. Примери база. Координате вектора и координатизација. Теорема о бази. Димензија векторског простора.
15. ³	Једнакобројност база коначнодимензионог векторског простора.
16. ¹	Потпростор. Пресек потпростора. Директан производ простора. Линеал.
17. ²	Карактеризација потпростора. Карактеризација линеала. Сума потпростора. Директна сума потпростора.
18. ³	Грасманова формула. Ефективно одређивање базе суме и пресека потпростора.
19. ³	Фактор простор. Конструкција базе фактор простора.
20. ¹	Зависност координата вектора о бази. Матрица преласка.
21. ¹	Линеарни оператор. Дефиниција и примери. Слика и језгро линеарног оператора. Основна својства линеарних оператора.

22. ²	Композиција линеарних оператора. Структура моноида $(\text{Hom } V, \circ)$, инвертибилни елементи. Одређеност линеарног оператора.
23. ²	Теорема о рангу и дефекту и неке њене последице.
24. ³	Регуларни оператори и релација еквивалентности. Изоморфизам векторских простора.
25. ³	Релација изоморфности векторских простора. Карактеризација изоморфности два коначнодиманзиона векторска простора. Теореме о изоморфизму. Тачни низови.
26. ²	Векторски простор $\text{Hom } (U, V)$ и његова база. Алгебра $\text{Hom } V$.
27. ³	Веза између векторских простора $\text{Hom } (U, V)$ и $M_{mn}(\mathbb{F})$, као и алгебри $\text{Hom } V$ и $M_n(\mathbb{F})$.
28. ¹	Ранг матрице и елементарне трансформације.
29. ²	Релација еквивалентности матрица.
30. ³	Образложити тражење ранга свођењем полазне матрице на канонске матрице, елементарним трансформацијама.
31. ²	Образложити одређивање инверзне матрице применом елементарних трансформације.
32. ¹	Линеарни функционал. Примери. Дуална база.
33. ²	Анихилатор скупа и његова својства.
34. ³	Рефлексивност коначнодимензионих векторских простора.
35. ³	Дуално пресликавање и његова својства. Ранг по врстама једнак је рангу по колонама.
36. ²	Зависност матрице оператора о бази. Релација сличности линеарних оператора.
37. ¹	Систем линеарних једначина. Решење система линеарних једначина. Еквивалентни системи линеарних једначина. Матрица и проширена матрица система.
38. ²	Кронекер-Капелијева теорема. Крамеров систем.
39. ³	Опис скупа решења придруженог хомогеног система. Опис скупа решења линеарног система једначина.
40. ²	Група пермутација. Инверзија пермутације. Знак пермутације.
41. ³	Циклуси и транспозиције.
42. ¹	Дефиниција детерминанте. Основна својства детерминанте.
43. ²	Мултилинеарност и алтернираност детерминанте. Кофактори и миноре. Адјунгована (адјункта) матрица дате матрице и инверзна матрица.
44. ³	Лапласов развој детерминанте. Бине-Кошијева теорема.
45. ²	Елементарне трансформације и практично израчунавање детерминанте. Карактеризација регуларне матрице преко детерминанте.
46. ²	Карактеризација детерминанте(без доказа).
47. ²	Инваријантни потпростори. Директна сума инваријантних потпростора. Матрица линеарног оператора на директној суми инваријантних потпростора.
48. ¹	Сопствена вредност и сопствени вектор линеарног оператора. Карактеристични полином линеарног оператора. Сопствени потпростор.
49. ²	Геометријска и алгебарска вишеструкост сопствене вредности. Детерминанта линеарног оператора и карактеризација регуларних оператора преко детерминанте.
50. ³	Хамилтон-Кејлијева теорема. Карактеризација дијагонализабилности линеарног оператора.
51. ²	Минимални полином линеарног оператора. Веза између минималног и карактеристичног полинома.
52. ³	Свођење матрице линеарног оператора на горње (доње) троугаони облик.
53. ²	Нилпотентни оператори и Жорданова нормална форма (без доказа).
54. ¹	Унитарни простори. Примери. Норма вектора.
55. ²	Коши-Шварцова неједнакост. Угао. Нормирани метрички простори.
56. ¹	Ортогоналност. Ортогонални комплемент. Ортогоналност и линеарна независност.
57. ²	Питагорина теорема. Фуријеови коефицијенти. Беселова неједнакост и Парсервалова једнакост.
58. ²	Ортонормирана база. Грам-Шмитов поступак ортогонализације. Ортогонални пројектори.
59. ³	Групе унитарних матрица. Унитарне матрице и ортонормиране базе.
60. ²	Хермитско коњуговање и његова својства.
61. ²	Грамова матрица и Грамова детерминанта.

62. ³	Позитивност Грамове детерминанте.
63. ³	Линеарни функционали на коначнодимензионим просторима. Хермитски адјунговани оператор.
64. ¹	Хермитски, косохермитски (антихермитски), нормални и унитарни оператори.
65. ²	Сопствене вредности и сопствени вектори хермитског, косохермитског и унитарног оператора.
66. ³	Дијагонализабилност нормалног оператора.
67. ²	Позитивни оператори и скаларни производ.
68. ³	Квадратни корен оператора. Поларна форма оператора.
69. ¹	Хермитски билинеарни и квадратни функционали и форме. Примери.
70. ²	Матрица хермитског билинеарног функционала. Конгруентност матрица и ранг хермитског билинеарног функционала.
71. ²	Поларна форма квадратне форме. Позитивне квадратне форме.
72. ³	Карактеризација хермитских билинеарних функционала у унитарним просторима. Закон инерције хермитског квадратног функционала.
73. ³	Дијагонализација хермитске квадратне форме. Лагранжов и Јакобијев алгоритам.
74. ¹	Површи другог реда. Дефиниције. Примери. Једначине.
75. ³	Свођење једначина површи другог реда на канонски облик. Класификација површи другог реда.

25. ³	Обратни задатак за просторне криве. Примери.
26. ³	Локална канонска форма криве.
27. ³	Криве у R^n .
28. ¹	Дефиниција регуларне површи и појам многострукости. Примери.
29. ²	Координатне трансформације регуларних површи. Еквивалентност површи. Глатка пресликавања између површи.
30. ¹	Криве на површи. Тангентни простор и његова структура. Тангентна раван. Нормални вектор и нормала на површ.
31. ²	Тангентно пресликавање. Векторска поља: тангентна и нормална. Оријентабилност.
32. ¹	Прва фундаментална форма: дефиниција и примери. Примене прве фундаменталне форме: дужина лука криве, угао међу кривама, површина.
33. ²	Гаусово пресликавање. Оператор облика. Примери.
34. ¹	Друга фундаментална форма: дефиниција и геометријски смисао. Кристофелови симболи. Примери.
35. ²	Нормална и геодезијска кривина.
36. ³	Теорема Меснијеа и неке њене последице. Нормална сечења.
37. ²	Геодезијске линије елементарне површи: дефиниција и карактеризације. Основне теореме о геодезијским линијама – искази.
38. ²	Гаусова и средња кривина: дефиниција. Главне кривине и главни вектори и њихова својства. Геометријски смисао Гаусове кривине. Примери.
39. ³	Ојлерова теорема. Карактеризација главних кривина површи.
40. ²	Умбиличке тачке и асимптотски правци.
41. ³	Гаусове и Вајнгартенове једначине. Гаус-Кодацијеве једначине. Кристофелови симболи као функције метрике.
42. ³	Бонеова теорема. Теорема Егрегиум.
43. ²	Изометрије и локалне изометрије површи. Примери.
44. ²	Векторска поља дуж кривих које припадају површи. Паралелна векторска поља.
45. ³	Карактеризација паралелног векторског поља дуж криве. Теорема о егзистенцији векторског поља и геодезијске.
46. ²	Интензитети и углови паралелних тангентних поља.
47. ²	Паралелно померање: дефиниција и пример. Тангентно раслојење. Потпуно праве линије.
48. ²	Коваријантни извод: дефиниција.
49. ³	Основна својства коваријантног диференцирања.
50. ²	Афина повезаност. Симетричне и сагласне са метриком афине повезаности. Геодезијске линије и коваријантно диференцирање.